ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JUIN 1915.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation d'un décret, en date du 28 mai 1915, rapportant le décret, en date du 5 février 1910, qui approuvait l'élection, faite par l'Académie des Sciences, de M. von Baeyer, pour occuper l'une des places d'Associé étranger créées par le décret du 1er décembre 1909.

Il est donné lecture de ce décret.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE DU GLOBE. — *Inconvénients de la solution de Fourier en série trigonométrique, pour le calcul du refroidissement de la croûte terrestre, et poursuite de ce calcul par d'autres méthodes.* Note de M. **J. Boussinesq**.

I. A la fin de ma dernière Note sur l'intéressante question du refroidissement de la croûte terrestre [1], j'ai dit que nous manquions encore d'une solution de ce problème permettant de calculer avec une approximation suffisante la dernière phase du phénomène, celle où l'épaisseur E de la croûte semble devoir devenir à peu près proportionnelle à la racine carrée du temps t écoulé depuis l'origine du refroidissement.

Il y a bien, assurément, la solution ordinaire et exacte en série trigonométrique, qui est, par exemple, dans le cas simple d'un refroidissement

---

(1) Voir le *Compte rendu* précédent, p. 787.

par contact à la surface $x = 0$ du sol,

$$(1) \qquad u = u_0\left(\frac{x}{E} + \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{i=\infty}\frac{1}{i}e^{-\frac{i^2\pi^2a^2t}{E^2}}\sin\frac{i\pi x}{E}\right),$$

et qui a été donnée par Fourier [1]. Mais, pour les valeurs de $\pi a\sqrt{t}$ petites comparativement à E, *sa convergence est d'une désespérante lenteur*. La dérivée $\frac{du}{dx}$, particulièrement importante, y reçoit, en effet, si l'on pose

$$\frac{i\pi a\sqrt{t}}{E} = \alpha,$$

l'expression

$$(2) \qquad \frac{du}{dx} = \frac{u_0}{E}\left[1 + 2\sum_{i=1}^{i=\infty} e^{-\alpha^2}\cos\left(\frac{x}{a\sqrt{t}}\alpha\right)\right];$$

et celle-ci, en observant que $\frac{\pi a\sqrt{t}}{E}$ est l'accroissement uniforme $\Delta\alpha$ éprouvé par le rapport α entre deux termes consécutifs de la série, ou que, par suite,

$$\frac{1}{E} = \frac{\Delta\alpha}{\pi a\sqrt{t}},$$

devient

$$(3) \qquad \frac{du}{dx} = \frac{u_0}{\pi a\sqrt{t}}\left[\Delta\alpha + 2\sum_{\alpha=\Delta\alpha}^{\alpha=\infty} e^{-\alpha^2}\cos\left(\frac{x}{a\sqrt{t}}\alpha\right)\Delta\alpha\right].$$

Or, quand $\Delta\alpha$ se rapetisse, la série *se pulvérise* (pour ainsi dire) à l'infini; ce qui fait évanouir sa convergence, *entendue au sens ordinaire*. Car *ses termes sont tous infiniment petits* à la limite $E = \infty$, $\Delta\alpha = 0$, où ils constituent les éléments mêmes de l'intégrale

$$(4) \qquad \int_0^\infty e^{-\alpha^2}\cos\left(\frac{x}{a\sqrt{t}}\alpha\right)d\alpha,$$

éléments se suivant par groupes en nombre indéfini alternativement positifs et négatifs, à sommes partielles sensibles qui décroissent d'un groupe à l'autre, jusqu'à la limite finale zéro.

---

[1] Voir la formule (1) du *Mémoire sur la théorie analytique de la chaleur*, inséré dans le Tome VIII (1829) des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de l'Institut de France*, p. 581 à 622.

Mais c'est justement alors que, *grâce à la continuité de variation acquise par la succession des termes de la série*, leur somme totale est évaluable et admet, comme on sait, la forme finie $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{x^2}{4a^2t}}$. Il vient donc bien

$$(5) \qquad \frac{du}{dx} = \frac{u_0}{a\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{x^2}{4a^2t}},$$

conformément à ce que donne, dans l'hypothèse de E infini, la formule (12) de ma dernière Note.

II. A défaut d'un emploi effectif de nos intégrales approchées asymptotiques, telles que la formule (12) de cette Note, dans le calcul des épaisseurs croissantes E, calcul rendu impossible par les trop fortes valeurs *physiques* du rapport $\frac{L}{Cu_0}$, ou par les valeurs ω_0 trop petites de la racine ω correspondante de l'équation (13) de la même Note, qui est

$$(6) \qquad \frac{e^{-\omega^2}}{\omega\sqrt{\pi}} = \frac{L}{Cu_0},$$

faisons-en, du moins, une application théorique, en imaginant une croûte à très faible chaleur latente L de fusion, pour laquelle cette racine ω_0 excéderait 2 ou 3 et laisserait dès lors à nos formules, même pour $x = E$ et durant un long avenir, une approximation suffisante.

Supposons d'ailleurs pour un instant que, grâce à des actions chimiques appropriées, mais temporaires, dans la masse fondue sous-jacente qui supporte la croûte, l'épaisseur donnée E de celle-ci se maintienne constante jusqu'à un certain moment, où nous admettrons que le quotient décroissant $\frac{E}{2a\sqrt{t}} = \omega$ ait une valeur $\omega_0(1+\varepsilon)$, voisine de ω_0, c'est-à-dire excédant celle-ci dans un très petit rapport ε (positif ou négatif). Continuons à poser, après ce moment où est épuisée l'action chimique,

$$\frac{E}{2a\sqrt{t}} = \omega_0(1+\varepsilon) \qquad \text{ou} \qquad E = 2a\omega_0\sqrt{t}(1+\varepsilon),$$

en faisant désormais ε *fonction de* t. Nous aurons, pour déterminer la suite de ses valeurs, l'égalité continue de la chaleur latente sans cesse émise,

$$L\frac{dE}{dt} \qquad \text{ou} \qquad L\left[2a\omega_0\sqrt{t}\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{a\omega_0}{\sqrt{t}}(1+\varepsilon)\right],$$

au flux de chaleur ascendant

$$C\frac{au_0}{\sqrt{\pi t}}e^{-\omega_0^2(1+\varepsilon)^2} = (\text{sensiblement})\ C\frac{au_0}{\sqrt{\pi t}}e^{-\omega_0^2}(1-2\omega_0^2\varepsilon).$$

D'où il résulte, en divisant par $2La\omega_0\sqrt{t}$ et vu que ω_0 est la racine de (6), l'équation différentielle

$$(7)\qquad \frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\omega_0^2+\frac{1}{2}\right)\frac{\varepsilon}{t}=0.$$

Son intégrale est

$$(8)\qquad \varepsilon t^{\omega_0^2+\frac{1}{2}}=\text{const}.$$

L'écart relatif ε existant entre ω et ω_0 tend donc rapidement vers zéro, comme l'inverse de la puissance $\omega_0^2+\frac{1}{2}$ du temps t; et notre solution $\omega=\omega_0$ du problème de la variation de E ne constitue, elle aussi, comme toutes nos intégrales telles que la formule (12) de ma dernière Note, *qu'une solution asymptotique*.

Quand l'écart relatif ε de ω d'avec ω_0 est *initialement* trop grand pour qu'on puisse négliger ses puissances supérieures à la première, l'équation différentielle en ε, sans être linéaire, comporte encore la séparation des variables; et elle donne, comme intégrale,

$$\log\sqrt{t}+\int\frac{d\log(1+\varepsilon)}{1-e^{-\omega_0^2(2\varepsilon+\varepsilon^2)-\log(1+\varepsilon)}}=\text{const}.$$

Les valeurs successives de ε se calculent donc par une quadrature.

III. Si aucune action chimique préalable n'est en jeu, la rapide tendance de ω vers ω_0 fonctionnera dès le début du refroidissement et l'on devra, ce semble, pouvoir y prendre, avec une certaine approximation,

$$(9)\qquad \omega=\omega_0 \quad\text{ou}\quad E=2a\omega_0\sqrt{t},$$

quelque petit que soit le temps t.

Il importe seulement, dans ce cas, d'observer que la constante u_0 entrant dans nos formules n'exprime plus une température initiale *inexistante ici*, puisque, pour $t=0$, la croûte est sans épaisseur. C'est maintenant la température pour $x=E$ ou au bas de la croûte, température que nous pouvons appeler u_1, qui est la *température de fusion*. On a donc, d'après la

relation (11) de ma dernière Note,

$$(10) \qquad \frac{u_1}{u_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi(\omega_0);$$

d'où résulte, pour éliminer la constante u_0 en l'exprimant au moyen de la température u_1 de fusion, la formule

$$u_0 = \frac{u_1}{1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi(\omega_0)}.$$

Éliminons en même temps, par (9), $a\sqrt{t}$ de l'expression asymptotique $\frac{u_0}{a\sqrt{\pi t}}$ de la dérivée $\left(\frac{du}{dx}\right)_0$ relative à la surface $x = 0$; et nous aurons, entre u_1, E et cette dérivée, la relation curieuse

$$(11) \qquad \frac{E}{2u_1}\left(\frac{du}{dx}\right)_0 = \frac{\omega_0}{\sqrt{\pi} - 2\psi(\omega_0)}.$$

IV. Au moment de clore cette Note, il me vient à l'esprit que l'Analyse du numéro précédent se présente comme applicable quelle que soit la valeur effective de ω_0, ou quelque grands que soient les rapports physiques $\frac{L}{Cu_0}$, $\frac{L}{Cu_1}$. Donc, pour lever les difficultés qu'a soulevées ici le problème du refroidissement de la croûte terrestre, censée portée encore par le bain métallique en fusion d'où elle est issue, il suffira d'abandonner l'hypothèse d'une épaisseur E *finie* (*ou sensible*) *dès le début*; hypothèse d'ailleurs en contradiction avec la loi de continuité du phénomène. C'est la formule (9), où l'on pourra prendre voisine de $0{,}68\sqrt{\pi}$ la constante ω_0 si le bain en fusion est du fer, qu'il conviendra d'adopter pour régler les épaisseurs E successives; et nos intégrales, comme (12) de ma dernière Note ou (1) de l'avant-dernière, etc., résoudront la question avec toute la simplicité et l'exactitude désirables (surtout en y faisant h infini ou supposant refroidie *par contact* la face $x = 0$), du moins dans la mesure où le fragment considéré de la croûte sera assimilable à un *plateau* isotrope homogène.

A l'époque actuelle où $\left(\frac{du}{dx}\right)_0 = \frac{1}{30}$, la formule (11), si l'on y pose

$$\omega_0 = 0{,}68\sqrt{\pi} = 1{,}20527 \qquad \text{et} \qquad u_1 = 1490,$$

donnera, en y calculant $\psi(1{,}20527) = 0{,}078263$ par la Table de Krampf,

$$E = (60\,u_1)\frac{1{,}20527}{\sqrt{\pi} - 0{,}15653} = (60\,u_1)(0{,}74588) = 66682^{\text{m}}.$$

Ce résultat ne changera rien d'essentiel aux conclusions générales de mes Notes précédentes, quoique la formule (9) rende la dérivée $\frac{du}{dx}$, au fond de la croûte, sensiblement plus grande que nous ne l'avions supposée, et, par suite, l'épaisseur E *actuelle* notablement moindre, dans le rapport de 100 à 67 environ.

Depuis la précipitation des eaux sur la croûte terrestre et leurs déplacements successifs à sa surface, jusqu'à l'époque présente, les changements de E et de u_{em} ont dû être, ce semble, assez lents, pour permettre d'attribuer sans cesse, du moins quant à l'ordre de grandeur et dans les régions qui nous sont accessibles, à la partie *climatérique* u_m des températures intérieures, la formule approximative que nous lui avons donnée [1], nonobstant les notables variations séculaires des limites de la partie émergée du sol, ainsi que de l'épaisseur E. Grâce à cela, les intéressantes conclusions du n° IV de mon avant-dernière Note subsisteront sensiblement, malgré la substitution, au dénominateur 100000, du dénominateur moindre 67000 environ [2].

V. La formule (9) des épaisseurs E étant censée donnée, l'équation indéfinie $\frac{du}{dt} = a^2 \frac{d^2 u}{dx^2}$ et la relation $\frac{1}{h} \frac{du}{dx} = u$ spéciale à la surface $x = 0$, complétées par la condition $u = u_1$ relative à la limite $x = E$, déterminent

---

[1] A cela près que, trompé par de trop imparfaits documents météorologiques, j'avais cru suffisante une différence de 30° de température moyenne entre l'équateur et les pôles, alors que cette différence est maintenant évaluée à 51° environ.

[2] Ne manquons pas d'observer enfin que l'appauvrissement actuel du rôle de u_0, restée une simple constante auxiliaire après avoir représenté à la fois la température *initiale* et celle *de fusion*, conduit à éliminer u_0 de l'équation caractéristique (6), pour lui substituer la constante u_1 à laquelle est maintenant dévolu ce dernier rôle. L'équation (6) devient alors

$$\frac{e^{-\omega^2}}{\omega\sqrt{\pi}} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi(\omega) \right]^{-1} = \frac{L}{C u_1},$$

avec premier membre croissant encore de zéro à l'infini quand ω décroît de l'infini à zéro. Si l'on y fait $\omega = 0,68\sqrt{\pi} = 1,20527$, il vient ainsi $\frac{L}{C u_1} = 0,12012$. Or les expériences les plus récentes indiquent, pour le rapport de la chaleur latente L de fusion du fer à la chaleur totale (sensiblement $C u_1$) que ce métal absorbe depuis la température de la glace fondante jusqu'au moment où il va fondre, la valeur 0,125, pratiquement identique à la fraction précédente (0,120 environ).

entièrement le problème, qui ne comporte ainsi que la solution obtenue. On le démontre sans difficulté, malgré la variabilité de E, par la méthode ordinairement suivie pour prouver l'unicité de la solution des problèmes usuels de refroidissement. Et l'on pourrait en dire autant pour toute autre loi bien définie, de la forme $E = f(t)$, donnant aussi $f(0) = 0$, et pour des valeurs de u_1 variables en fonction connue de t. Mais la formule (9), elle-même, constitue-t-elle la seule manière possible d'exprimer l'égalité continue du flux calorifique ascendant qui traverse la base de la croûte, à la chaleur latente dégagée sans cesse par la nouvelle couche en train de se solidifier *et toujours à la même température?* Il serait peut-être difficile de le démontrer.

VI. Il y a un cas extrême où notre point de vue actuel, dans lequel E débute par la valeur zéro et croît, dès l'abord, comme la racine carrée du temps t, se confond avec le point de vue précédent, plus proche de celui de Fourier, où l'on se représentait un refroidissement ayant progressé très vite en profondeur ou ayant constitué presque instantanément la croûte sous son épaisseur actuelle, de manière à y rendre possible, dès une époque infiniment voisine de $t = 0$, l'application de la théorie ordinaire du refroidissement des solides. Ce cas de *transition* est celui d'une croûte à chaleur latente L infiniment petite, ou pour laquelle l'équation en ω_0 donnerait $\psi(\omega_0) = 0$, $\omega_0 = \infty$. Car, alors, dès que t n'est plus nul, la formule (9) rend l'épaisseur E infinie; d'autre part, les deux constantes u_0, u_1 y sont égales et nos intégrales asymptotiques, telles que (12) de ma dernière Note, deviennent rigoureuses.

Comme on passe du premier point de vue au second en astreignant la base *seule* $x = E$ de la croûte, d'ailleurs devenue mobile, à avoir sans cesse la température u_1 de fusion, tandis que le premier point de vue exigeait cette température, que nous y appelions u_0, à la fois comme température *initiale* sur toute la profondeur et *permanente* au fond $x = E$, on conçoit que le second point de vue, seul, *moins chargé de conditions que le premier*, ait pu être réalisé *exactement*, grâce au mode (9) de variation de E, par la même intégrale asymptotique, la même fonction de x et de t, qui convient au cas limite, mais employée dans un domaine ou champ E de variation croissant avec t. Et l'on conçoit aussi que le premier point de vue ait pu l'être *approximativement* par la même intégrale asymptotique, à partir d'une épaisseur initiale sensible E_0, laissée constante jusqu'à la phase t_0 du refroidissement, mais à la condition expresse d'une chaleur latente L de fusion

assez faible, ou d'une racine ω_0 assez grande, pour que le rapport des deux constantes u_0, u_1 reste très voisin de l'unité. Car c'est justement *l'écart relatif* de ces deux constantes, *dont le rôle s'échange*, qui exprime la différence des deux points de vue : aussi leur conciliation *approchée* exige-t-elle que cet écart soit insensible, ou que $\psi(\omega_0)$ reste une fraction négligeable de $\psi(0)$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les congruences* W *qui appartiennent à un complexe du second ordre. Cas où l'équation en* S *a une racine double.* Note de M. C. **Guichard**.

La relation quadratique entre les coordonnées $z_1, z_2, \ldots, z_6$ d'une droite étant mise sous la forme

$$(1) \qquad z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_6^2 = 0$$

et l'équation du complexe étant ramenée à la forme

$$\omega_1 z_1^2 + \omega_1 z_2^2 + \ldots + \omega_6 z_6^2 = 0,$$

je vais chercher les congruences W qui appartiennent à ce complexe, dans le cas où deux des quantités ω sont égales. Ce cas comprend, comme cas particulier, un complexe bien connu, c'est le *complexe tétraédral :* cas que je vais d'abord traiter.

Cas du complexe tétraédral. — Dans ce cas, l'équation en S a trois racines doubles; je suppose

$$\omega_1 = \omega_2, \qquad \omega_3 = \omega_4, \qquad \omega_5 = \omega_6.$$

En tenant compte de la relation (1) on pourra ramener l'équation du complexe à la forme

$$(2) \qquad z_1^2 + z_2^2 + \omega(z_3^2 + z_4^2) = 0.$$

Tout revient (voir ma Note du 14 juin) à trouver une équation de Laplace

$$(3) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} = P_1 \frac{\partial \theta}{\partial u} + Q_1 \frac{\partial \theta}{\partial v} + R_1 \theta,$$

admettant six solutions $z_1, \ldots, z_6$, reliées par les relations (1) et (2). Je pose

$$(4) \qquad X_i = \frac{z_i}{z_5 + i z_6} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 6),$$

on aura

$$X_5 + iX_6 = 1, \tag{5}$$

$$X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5 - iX_6 = 0, \tag{6}$$

$$X_1^2 + X_2^2 + \omega(X_3^2 + X_4^2) = 0. \tag{7}$$

Et les fonctions X_i sont solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \, \partial v} = P \frac{\partial \theta}{\partial u} + Q \frac{\partial \theta}{\partial v}. \tag{8}$$

L'équation (8) admet la solution $X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$; en tenant compte de l'identité (7) on voit qu'elle admet comme solutions $X_1^2 + X_2^2$ et $X_3^2 + X_4^2$. Il en résulte que les points M (X_1, X_2) et N (X_3, X_4) décrivent dans le plan des réseaux O associés. On est ainsi ramené à ma théorie des réseaux O *associés dans le cas le plus simple*. Soit alors :

$$dX_1^2 + dX_2^2 = h^2 \, du^2 + l^2 \, dv^2, \qquad dX_3^2 + dX_4^2 = h_1^2 \, du^2 + l_1^2 \, dv^2.$$

Les fonctions X satisfaisant à l'équation (8) on a

$$P = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial v} = \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial v}, \qquad Q = \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial u} = \frac{1}{l_1} \frac{\partial l_1}{\partial u}$$

et, par suite,

$$h_1 = hU, \qquad l_1 = lV. \tag{9}$$

Je désigne par φ l'angle que fait la première tangente du réseau M avec une direction fixe, par ψ l'angle analogue pour le réseau N. On a

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial v} &= - \, l \frac{\partial \varphi}{\partial u}, \\ \frac{\partial l}{\partial u} &= \quad h \frac{\partial \varphi}{\partial v} \end{aligned} \right. \tag{10}$$

et

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial v} &= - \, l_1 \frac{\partial \psi}{\partial u}, \\ \frac{\partial l_1}{\partial u} &= \quad h_1 \frac{\partial \psi}{\partial v}. \end{aligned} \right. \tag{11}$$

En tenant compte des équations (9) on aura

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial u} &= \frac{U}{V} \frac{\partial \varphi}{\partial u}, \\ \frac{\partial \psi}{\partial v} &= \frac{V}{U} \frac{\partial \varphi}{\partial v}. \end{aligned} \right. \tag{12}$$

En écrivant que les équations (12) sont compatibles on a

$$(13)\qquad \left(\frac{1}{U^2}-\frac{1}{V^2}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}+\frac{V'}{V^3}\frac{\partial\varphi}{\partial u}-\frac{U'}{U^3}\frac{\partial\varphi}{\partial v}=0,$$

équation qui devient l'équation $E\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ si l'on suppose, ce qui est évidemment permis,

$$\frac{1}{U^2}=u,\qquad \frac{1}{V^2}=v.$$

Réciproquement, si l'on a des fonctions φ et ψ satisfaisant aux équations (12) et (13), on pourra trouver une congruence cherchée. Pour cela, je considère le déterminant O :

$$(14)\qquad \Delta=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \end{vmatrix},$$

dans lequel

$$\xi_1=\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+U^2}},\qquad \xi_2=\frac{\sin\varphi}{\sqrt{1+U^2}},\qquad \xi_3=\frac{U\cos\psi}{\sqrt{1+U^2}},\qquad \xi_4=\frac{U\sin\psi}{\sqrt{1+U^2}};$$

$$\eta_1=\frac{-\sin\varphi}{\sqrt{1+V^2}},\qquad \eta_2=\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+V^2}},\qquad \eta_3=\frac{-V\sin\psi}{\sqrt{1+V^2}},\qquad \eta_4=\frac{V\cos\psi}{\sqrt{1+V^2}}.$$

Toutes les relations qui doivent exister entre les fonctions ξ et η d'un déterminant O sont bien vérifiées. Il en résulte qu'on pourra, à l'aide d'une quadrature, déterminer les éléments des deux premières lignes de Δ. Cela fait je prends

$$(15)\quad X_1=x_1+iy_1\qquad X_2=x_2+iy_2,\qquad X_3=\frac{1}{\sqrt{\omega}}(x_3+iy_3),\qquad X_4=\frac{1}{\sqrt{\omega}}(x_4+iy_4).$$

Les fonctions X satisfont à une équation de la forme (8) qui admet comme solutions $X_1^2+X_2^2$ et $X_3^2+X_4^2$; la condition (7) est bien vérifiée. Les équations (5) et (6) donneront X_5 et X_6; on a les six coordonnées de la droite qui décrit la congruence cherchée.

Cas où l'équation en S a une seule racine double. — Si l'on suppose

$$\omega_5=\omega_6,$$

l'équation du complexe se ramène à

$$(16)\qquad a_1z_1^2+a_2z_2^2+a_3z_3^2+a_4z_4^2=0.$$

Tout revient donc à trouver une équation (3) ayant des solutions $z_1, \ldots, z_6$ liées par les relations (1) et (16).

Si l'on fait la transformation (4), on aura, outre les relations (5) et (6), l'équation

$$a_1 X_1^2 + a_2 X_2^2 + a_3 X_3^2 + a_4 X_4^2 = 0. \tag{17}$$

Les fonctions X étant solutions de l'équation (8), on voit que le point P (X_1, X_2, X_3, X_4) décrit, dans l'espace à quatre dimensions, un réseau O situé sur la quadrique (17). Je considère le déterminant orthogonal qui correspond à ce réseau O. On a évidemment

$$\xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2 + \xi_3 \eta_3 + \xi_4 \eta_4 = 0. \tag{18}$$

La condition (17) conduit facilement à la relation

$$a_1 \xi_1 \eta_1 + a_2 \xi_2 \eta_2 + a_3 \xi_3 \eta_3 + a_4 \xi_4 \eta_4 = 0. \tag{19}$$

On peut facilement interpréter ces deux équations. Je considère dans l'espace ordinaire les points C et D qui ont respectivement pour coordonnées homogènes $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ et $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$. Les formules

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial v} = n \eta_i, \qquad \frac{\partial \eta_i}{\partial u} = m \xi_i$$

montrent que les points C et D sont les foyers de la congruence CD. Les équations (18) et (19) montrent que ces foyers sont conjugués par rapport aux deux quadriques ayant comme équations, en coordonnées homogènes,

$$X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 = 0,$$
$$a_1 X_1^2 + a_2 X_2^2 + a_3 X_3^2 + a_4 X_4^2 = 0.$$

Une transformation dualistique conduit à une congruence dont les plans focaux sont conjugués par rapport à deux quadriques. Ces plans sont conjugués par rapport à toutes les quadriques appartenant au faisceau tangentiel déterminé par les deux quadriques primitives. On sait que ce faisceau contient quatre coniques; par une transformation homographique, on peut supposer que l'une de ces coniques est le cercle imaginaire rejeté à l'infini. La congruence devient une congruence de normales, ses plans focaux seront conjugués par rapport à une quadrique. On est ramené à un problème qui a été traité, et complètement résolu, par M. Darboux (*Leçons*, Vol. II, Livre IV, Chap. XIV).

En reprenant les calculs en sens inverse, on voit facilement qu'en partant d'une surface de M. Darboux on peut, à l'aide d'une quadrature seulement, déterminer les coordonnées d'une congruence cherchée.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Mellish, faites à l'Observatoire d'Athènes, avec l'équatorial Doridis* (*Gautier* 0^m,40). Note de M. D. Eginitis, présentée par M. Bigourdan.

Dates. 1915.	Temps moyen d'Athènes.	Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 5.....	13. 3.17,44	+5.35,88	−5.17,7	10:10	18.52.11,72	$\bar{1},525_n$	−14. 7.57,5	0,808	1
» 10.....	12.31. 1,51	+1. 9,12	+0.37,7	10:10	19. 1.28,11	$\bar{1},573_n$	−18.24.54,4	0,814	2
» 10.....	13. 4.54,04	+1.11,97	−0.42,5	6: 6	19. 1.30,96	$\bar{1},510_n$	−18.26.14,6	0,830	2
» 11.....	12. 7.49,64	−3.18,52	−5.16,5	8: 8	19. 3.30,42	$\bar{1},606_n$	−19.25. 4,3	0,806	3
» 12.....	12.39.44,48	−1.10,58	−0.24,1	10:10	19. 5.42,24	$\bar{1},557_n$	−20.31.47,9	0,827	4
» 14.....	13.16.13,19	−1. 7,25	−2. 5,0	10:10	19. 5.45,57	$\bar{1},481_n$	−20.33.28,8	0,843	4
» 15.....	12.35. 6,88	+1.59,71	+3. 2,6	8: 8	19.12.48,76	$\bar{1},569_n$	−24.10.57,8	0,836	5
» 19.....	13.37. 6,13	+3.59,69	+2.56,1	8: 9	19.24.28,58	$\bar{1},432_n$	−30.13.30,7	0,885	6
» 20.....	12.40.58,58	−1.57,98	−4.45,7	12:12	19.27.44,60	$\bar{1},580_n$	−31.52.16,7	0,858	7

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	α moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	δ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1.......	8,6	18.46.33,26	+ 2,58	−14. 2.33,0	− 6,8	A.G. Cambr., U.S., 6479
2.......	9,0	19. 0.16,23	+ 2,76	−18.25.27,9	− 4,1	München I, 18603
3.......	7,0	19. 6.46,16	+ 2,78	−19.19.44,4	− 3,4	München I, 19042
4.......	8,0	19. 6.49,99	+ 2,83	−20.31.20,9	− 2,9	München I, 19044
5.......	9,0	19.10.46,05	+ 3,00	−24.13.59,1	− 1,3	München I, 19313
6.......	9,0	19.20.25,65	+ 3,24	−30.16.28,1	+ 1,3	München I, 19986
7.......	6,8	19.29.39,30	+ 3,28	−31.47.33,6	+ 2,6	Yarnall, 8556

Remarques : 1915 *Mai* 5. — La comète a l'aspect d'une nébulosité à bords mal définis, d'environ 1′,3 de diamètre; elle est un peu allongée du côté opposé au Soleil, formant une queue très courte, sur l'axe de laquelle on distingue nettement une faible condensation, ayant la forme d'une petite ellipse allongée, avec un noyau diffus et excentrique, occupant l'un de ses foyers, le plus rapproché du Soleil.

Mai 10. — Temps brumeux, ciel couvert de cirrus par intervalles. La condensation elliptique est à peine visible; noyau excentrique diffus (gr. 9,5).

Mai 12. — Même aspect que le 5 mai. L'éclat de la condensation elliptique a un peu augmenté; grandeur du noyau 9,0.

Mai 14 et 15. — Ciel beau. Même aspect.

Mai 17. — L'aspect général de la comète est le même : mais à la place du foyer de la condensation elliptique, le plus éloignée du Soleil, on distingue, de temps en temps, un point lumineux, en forme d'un second noyau plus petit et à peine visible (gr. 12). L'angle de position et la distance de ce second noyau par rapport au premier ont été trouvés :

$$p = 288°,5 \quad \text{et} \quad d = 28'',5. \quad 12^h 58^m 28^s \text{ (t. m. d'Athènes).}$$

Mai 18. — Même aspect; mais on distingue difficilement en plus une seconde condensation, de faible éclat en forme d'une seconde queue, sortant du premier noyau, sous un angle de position d'environ 60°, plus petit que celui de la première. L'angle de position et la distance du second noyau par rapport au premier sont :

$$p = 288°,3 \quad \text{et} \quad d = 26'',3. \quad 12^h 39^m 36^s \text{ (t. m. d'Athènes).}$$

Mai 19. — Même aspect. La position, trop basse, de la comète ne permet plus son observation à l'horizon d'Athènes. Ces observations ont été faites avec l'aide de M. Paraskévopoulos.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Définition de l'intégrale sur un ensemble abstrait.* Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. Appell.

La définition classique de l'intégrale $\int F(x)\,dx$ d'une fonction continue $F(x)$ a été étendue de bien des manières. Parmi ses plus importantes généralisations se placent celles dues à Stieltjes et à M. Lebesgue. Elles procèdent de points de vue différents. L'extension apportée par M. Lebesgue consiste dans la possibilité de définir l'intégrale d'une fonction, dite *sommable*, beaucoup plus générale qu'une fonction continue. Dans la définition de Stieltjes, la fonction $F(x)$ reste encore continue et la généralisation consiste à remplacer l'élément différentiel dx par un élément différentiel beaucoup plus général $d\alpha(x)$, où $\alpha(x)$ est une fonction quelconque à variation bornée. Il est d'ailleurs facile d'étendre ces définitions au cas où x est remplacé par un point P de l'espace à n dimensions.

M. J. Radon a réussi [1] à utiliser ces deux définitions divergentes pour en tirer une nouvelle définition plus générale dont celles-ci ne sont plus que deux cas particuliers. Il définit ainsi l'intégrale $\int_E F(P)\,d\alpha(P)$, où P est un point de l'espace à n dimensions, où, comme dans l'intégrale de Stieltjes, $\alpha(P)$ est une fonction à variation bornée et où, comme dans l'intégrale de Lebesgue, $F(P)$ est une fonction, dite *sommable par rapport à* $\alpha(P)$, beaucoup plus générale qu'une fonction continue.

---

[1] J. Radon, *Die absoluten additiven Mengenfunktionen* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Vienne*, 1913).

Cette intégrale peut s'écrire sous une forme équivalente $\int_E F(P)\,df(e)$, où $f(e)$ est une fonction additive de l'ensemble variable e de points de E.

Le progrès recherché et réalisé par M. J. Radon consiste dans la superposition des extensions dues à Stieltjes et à M. Lebesgue; on obtient ainsi un instrument analytique plus délicat, s'appliquant à des fonctions plus singulières.

Mais je voudrais attirer l'attention sur un avantage de la définition de Radon, qui me paraît bien plus important, bien qu'il ne semble pas avoir été remarqué par Radon lui-même.

On s'aperçoit en effet, en lisant le Mémoire de Radon, qu'on peut, moyennant quelques légers changements, négliger complètement l'hypothèse que P *est un point de l'espace à* n *dimensions.*

De sorte que *la définition de Radon fournit immédiatement une définition de l'intégrale* $\int_E F(P)\,df(e)$ *étendue à un ensemble abstrait* E, *c'est-à-dire à un ensemble dont les éléments sont de nature quelconque.* Il n'est même pas nécessaire de supposer que cet ensemble appartienne à une classe (L), c'est-à-dire de supposer qu'on peut définir la convergence d'une suite d'éléments de l'ensemble. Le champ d'application de la notion d'intégrale se trouve être ainsi aussi vaste que, par exemple, celui de la notion de puissance d'un ensemble.

Il est à peine utile de remarquer combien la nouvelle définition pourra se trouver utile dans des théories d'application courante, en suivant une voie très éloignée de la recherche de singularités compliquées.

CHIMIE. — *Une série nouvelle de composés du platine tétravalent (pentamino-chloroplatinique).* Note [1] de MM. **L. Tschugaeff** et **N. Wladimiroff**, présentée par M. A. Haller.

On sait que le nombre des molécules d'ammoniaque correspondant à 1^{at} de platine tétravalent dans la série bien connue :

$[PtCl^6]K^2$.	$\left[Pt\begin{smallmatrix}Cl^5\\NH^3\end{smallmatrix}\right]K$.	$\left[Pt\begin{smallmatrix}Cl^4\\2NH^3\end{smallmatrix}\right]$.	$\left[Pt\begin{smallmatrix}Cl^3\\3NH^3\end{smallmatrix}\right]Cl$.	$\left[Pt\begin{smallmatrix}Cl^2\\4NH^3\end{smallmatrix}\right]Cl^2$.	$\left[Pt\begin{smallmatrix}Cl\\5NH^3\end{smallmatrix}\right]Cl^3$.	$[Pt6NH^3]Cl^4$.
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
256^{μ}	$108^{\mu},5$	0^{μ}	$96^{\mu},75$	228^{μ}	404^{μ}	$522^{\mu},9$

peut varier de 0 à 6.

(1) Séance du 21 juin 1915.

D'après les recherches classiques de A. Werner et de Miolati, à mesure que la teneur en ammoniaque augmente dans cette série, la conductivité moléculaire μ va d'abord en diminuant jusqu'à un minimum pour remonter ensuite.

La valeur minima de μ est voisine de zéro et correspond au composé III, la valeur maxima est atteinte dans le sel de Drechsel-Gerdes (VII).

Jusqu'en ces derniers temps on n'a pu obtenir le membre avant-dernier (VI) de la série en question, de même qu'aucun autre composé avec 5^{mol} d'ammoniaque pour 1^{at} de platine.

Nous avons réussi à combler cette lacune et à démontrer que le composé $[Pt, 5NH^3Cl]Cl^3$ peut être obtenu par l'action de l'ammoniaque liquide sur le chloroplatinate d'ammonium $(NH^4)^2PtCl^6$ en l'absence de l'eau. La réaction s'accomplit facilement en tubes scellés et à la température ambiante. Le produit de cette réaction représente principalement un mélange de deux corps qu'on peut séparer par cristallisation.

Le moins soluble n'est autre chose que le chlorure de la base de Drechsel et de Gerdes $[Pt, 6NH^3]Cl^4$ (VII), tandis que l'autre est le chlorure

$$[Pt, 5NH^3Cl]Cl^3,$$

correspondant à la base complexe $[Pt, 5NH^3Cl](OH)^3$.

Dans le nouveau composé, ce n'est que 3^{at} de chlore qui sont ionisés, et le quatrième est parfaitement dissimulé, étant intimement lié à l'atome de platine et faisant partie du cation $[Pt, 5NH^3Cl]^{+++}$ trivalent.

Il existe toute une série de sels correspondant à la même formule générale $[Pt, 5NH^3Cl]X^3$. Nous en mentionnons le nitrate $[Pt, 5NH^3Cl][NO^3]^3$, qu'on obtient en précipitant la solution du chlorure précédent par de l'acide nitrique concentré. Il est moins soluble que le chlorure, et l'atome de chlore qu'il contient est parfaitement inactif vis-à-vis du nitrate d'argent, même à l'ébullition.

Quant aux autres sels de la même série, le carbonate et le sulfate se distinguent par l'insolubilité presque absolue dans l'eau; par contre, ces sels sont facilement solubles dans les alcalis fixes.

La trivalence de l'ion $[Pt, 5NH^3Cl]^{+++}$ a été confirmée par la détermination de la conductivité moléculaire des sels $[Pt, 5NH^3Cl]X^3$ (pour le chlorure $[Pt, 5NH^3Cl]Cl^3$: $\mu = 404$ à $25°$; $v = 1000^l$), ainsi que par leur capacité de coaguler en concentration déterminée les solutions colloïdales du trisulfure d'arsenic (Freundlich).

Les sels de la série pentaminochloroplatinique engendrent ceux de

la base de Reiset $[Pt, 4NH^3]X^2$ par réduction avec du zinc et de l'acide chlorhydrique très dilué. C'est ainsi que la diminution de la valence de l'atome de platine de 4 à 2 entraîne simultanément la perte de 1^{mol} d'ammoniaque.

BOTANIQUE. — *Sur les Mousses trouvées dans le contenu de l'estomac d'un Mammouth.* Note [1] de M. **Fernand Camus**, présentée par M. L. Mangin.

Le remarquable état de conservation du Mammouth découvert dans les îles Liakhov et offert au Muséum d'Histoire naturelle a permis d'étudier presque comme sur le frais diverses parties molles et plusieurs viscères de l'animal.

L'examen du contenu de l'estomac avait été confié à un de mes collègues qui, y ayant rencontré un fragment de Mousse, m'a prié de faire l'étude spécifique de ce fragment et des autres fragments de Mousses que j'y pourrais rencontrer.

La portion du contenu stomacal que j'ai eu à ma disposition représente environ 1^{cm^3} d'une masse gris verdâtre, se réduisant par la pression en une poudre grossière et presque uniquement formée de débris végétaux. Ceux-ci, fortement attaqués par la digestion, ne se composent guère que de fragments d'épiderme appartenant presque tous, à ce qu'il semble, à des Monocotylédones, mais dont la détermination me paraît presque impossible. Des fragments de trois espèces de Mousses se trouvaient parmi ces débris et dans un état de conservation suffisant pour que la détermination spécifique en pût être faite. Ils appartiennent aux espèces suivantes :

1° *Polytrichum sexangulare* Flörke. — Un fragment de tige de 4^{mm}, garni de ses feuilles. Celles-ci sont dans toute leur longueur en bon état; les lamelles verticales, longitudinales qu'elles portent sur leur face supérieure sont elles-mêmes assez bien conservées pour que j'aie pu étudier sur plusieurs d'entre elles les caractères des cellules marginales de ces lamelles.

2° *Hypnum revolvens* Sw. sens. lat. — Plusieurs fragments de tiges, de 4^{mm}-5^{mm} de longueur, garnis de leurs feuilles. Le limbe de ces feuilles, à l'exception de l'acumen qui a presque partout disparu, est en très bon état de conservation; les caractères des parois cellulaires sont très nets, et l'on distingue en particulier parfaitement dans les cellules basilaires les étranglements des parois latérales de ces cellules (ponctuations).

---

[1] Séance du 21 juin 1915.

L'*Hypnum revolvens* comprend en réalité deux sous-espèces bien caractérisées biologiquement, mais plus difficiles à séparer anatomiquement. Le principal caractère différentiel est tiré de la forme des cellules suprabasilaires. Il est difficile de se rendre un compte bien exact de ce caractère sans détacher complètement une feuille de la tige. Or, c'est là une opération presque impossible à faire sur les fragments que j'ai à ma disposition : soit par la dissection directe, soit par la pression, on n'arrive qu'à séparer des lambeaux de tissu, parfois même des cellules isolées. Ces cellules semblent se séparer comme si on les avait traitées par le chloro-iodure de zinc. Il en est de même des cellules corticales fusiformes à parois épaisses (fibres) qui constituent le manchon cortical de la tige. Dans cette Mousse et quelques espèces voisines, la couche corticale superficielle se compose de grandes cellules à parois minces rappelant celles que l'on trouve dans les Sphaignes et les *Philonotis*. Cette couche semble avoir complètement disparu sur mes échantillons.

3° *Hypnum stellatum*. — Cette plante n'est représentée que par deux fragments : l'un comprend la moitié supérieure d'une feuille moins l'acumen, l'autre la portion médiane de la moitié inférieure d'une feuille. Il est bien difficile de donner la détermination précise de ces fragments, malgré la bonne conservation des parois cellulaires. Je les rapproche de l'*Hypnum stellatum* Schreb., dont le tissu est toutefois un peu plus serré.

Ces trois espèces font partie de la flore actuelle de la Sibérie. Les deux dernières y ont été trouvées jusqu'au delà du 71° de latitude, la première dans le Kamtschatka. Toutes trois sont répandues dans la zone arctique des deux hémisphères. Les *Hypnum revolvens* et *stellatum* sont également dispersés dans la zone tempérée; le *Polytrichum sexangulare* ne se montre dans cette zone que sur les hautes montagnes. La réunion de ces trois Mousses indique un climat très froid.

Comment ces Mousses sont-elles arrivées dans l'estomac du Mammouth? Les Mousses, en raison de la dureté de leurs tissus et de l'absence de matériaux de réserve dans leurs organes végétatifs, n'ont qu'une valeur nutritive très minime et elles sont dédaignées de presque tous les animaux. Si parfois les touffes des Polytrichs et des grands *Hypnum* de nos bois sont broutées par les cerfs, on peut dire que ce n'est pas intentionnellement; elles l'ont été en même temps que les Graminées avec lesquelles elles croissent en mélange. Évidemment le Mammouth ne les avait pas mangées à dessein, elles ont dû arriver dans son estomac avec les autres substances végétales.

PHYSIOLOGIE. — *Les cures de Soleil.* Note [1] de M. **Artanet de Vevey**, présentée par M. Edmond Perrier.

Je demande la permission de rappeler que je fus le premier à pratiquer les cures de Soleil dans la région parisienne, il y a 12 ans. Depuis, je n'ai cessé d'utiliser l'héliothérapie, et *plusieurs centaines d'observations* me permettent aujourd'hui d'en affirmer la supériorité sur tous les autres modes de traitement dans toutes les manifestations tuberculeuses chirurgicales : *adénites*, *ostéites*, *arthrites*, *orchites*, *péritonites*, *maux de Pott*, *laryngites*, etc.; j'ai été le premier à l'appliquer au traitement des *métrites* et des *salpingites*, des *cancers*, qui en sont toujours profondément modifiés et qui régressent souvent à un stade permettant leur enlèvement; les *eczémas*, les *ulcères variqueux* et les *plaies* de toute nature en sont justiciables; les *prurits* les plus tenaces ne résistent pas généralement à deux ou trois séances d'exposition.

Il faut dire que mon procédé a le grand avantage d'augmenter considérablement l'action des énergies solaires et d'abréger corrélativement la durée des poses et des expositions, par l'emploi de puissantes lentilles, avec écrans diversement colorés, suivant les indications (rouges pour stimuler, bleus pour décongestionner, par exemple, jaune ou vert, suivant qu'on veut plus ou moins chauffer ou refroidir). En tout cas j'obtiens, avec mes *hélioptores*, nom que j'ai donné à mes appareils, et dont j'ai plusieurs modèles, des guérisons excessivement rapides, même dans les saisons où le Soleil est le moins généreux et le moins fréquent, et en un très petit nombre de séances (10 par exemple, pour la disparition complète d'adénites du volume d'un œuf, soit en tout 5 heures d'exposition), même souvent réparties sur un mois ou deux, car il est remarquable que l'effet curatif se continue dans les intervalles de poses.

Mon procédé a donc l'immense avantage d'activer la guérison de très nombreuses affections relevant de la Chirurgie et de la Médecine, et d'abréger dans des proportions invraisemblables la durée de traitements qui exigent des années dans les stations dont c'est la spécialité.

Ma méthode met donc à la disposition de tous les médecins et de toutes les catégories de malades, même les plus modestes, un mode de traitement

---

[1] Séance du 14 juin 1915.

jusqu'ici spécialisé à quelques établissements étrangers, et elle montre surtout que le Soleil ne peut être monopolisé et qu'il a partout les mêmes propriétés.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Détermination de la valeur immunisante et curative du sérum antitétanique*. Note (¹) de MM. **G. Tizzoni** et **P. Perrucci**, présentée par M. Ch. Richet.

La douloureuse expérience de la guerre actuelle a démontré encore une fois la grande efficacité du sérum antitétanique (= S. A.) comme traitement préventif et curatif. Or les diverses méthodes généralement adoptées pour la détermination du pouvoir antitoxique du S. A. *in vitro* ne donnent pas une idée suffisamment exacte du pouvoir immunisant et curatif d'un sérum, et, partant, de la dose à injecter selon la gravité du cas.

Les recherches qui font l'objet de ce Mémoire tendent à combler cette lacune.

M. Lusini (²) avait démontré dès 1897 l'existence d'une action antagoniste entre le S. A. et la strychnine.

A la suite de nombreuses recherches nous avons pu établir les faits suivants :

1° Il existe certainement une action antagoniste entre le S. A. et la strychnine;

2° Cette action antagoniste est de nature spécifique, car elle ne se vérifie jamais, même à hautes doses, avec les sérums normaux de lapin, de chien ou de cheval ou avec d'autres sérums immunisants (sérum antivenimeux de Calmette, sérum antirabique, antipneumonique, antidiphtérique, etc.);

3° L'efficacité du S. A. contre l'empoisonnement par la strychnine est d'autant plus grande que le délai entre l'injection du sérum et celle de strychnine est plus long, jusqu'à un maximum de 24 heures;

4° Cette propriété antagoniste contre la strychnine est commune à tous les S. A., quelle que soit l'espèce animale qui les a fournis (cheval, chien), pourvu que le sérum possède un pouvoir immunisant très élevé;

5° La durée de la résistance conférée au lapin est en rapport plutôt avec la force immunisante du sérum qu'avec la quantité injectée;

(¹) Séance du 21 juin 1915.

(²) Lusini, *Sull'antagonismo d'azione dell'antitossina Tizzoni e della stricnina*, *Nota preventiva* (*Riforma medica*, 1897, et *Arch. ital. de Biologie*, t. 1, p. 28, fasc. 1).

6° Il n'y a pas de parallélisme entre le degré de l'action neutralisante *in vitro* du sérum contre la toxine tétanique et son pouvoir antagoniste contre la strychnine;

7° $0^{cm^3},2$ à $1^{cm^3},0$ de notre sérum suffisent pour sauver le lapin contre la dose mortelle (minimale) de strychnine;

8° Les mêmes résultats peuvent s'obtenir chez le cobaye avec une dose de 1^{cm^3} à 2^{cm^3} de sérum;

9° Les sérums du commerce dont nous avons fait l'essai ne sauvent pas le lapin contre la strychnine, même à la dose de 3^{cm^3}.

De toutes les expériences qui précèdent il faut en déduire que les S. A. contiennent, à côté des anticorps spécifiques, d'autres substances qui ont la propriété de se lier par contact à la toxine tétanique et de la neutraliser *in vitro*, tout en n'ayant, dans l'organisme animal, aucune efficacité ni contre la toxine tétanique ni contre la strychnine.

Ainsi l'antagonisme entre un S. A. donné et la dose mortelle de strychnine peut servir à mesurer exactement la valeur immunisante et curative de ce même sérum contre l'infection tétanique consécutive à un traumatisme.

En effet :

1° La symptomatologie de l'empoisonnement strychnique est parfaitement superposable à celle de l'infection tétanique;

2° Certaines substances, le curare par exemple, exercent une action également bienfaisante contre les contractions musculaires du tétanos strychnique et du tétanos traumatique;

3° Le S. A., comme le curare, agit soit contre sa propre toxine, soit contre la strychnine;

4° Il y a toujours parallélisme entre l'action protectrice d'un sérum contre la strychnine et son action curative pour le tétanos : ces deux propriétés d'un sérum ne sont nullement en parallèle avec le pouvoir antitoxique *in vitro* de ce même sérum;

5° L'efficacité d'un sérum contre la strychnine et le poison tétanique est d'autant plus marquée que l'antigène qui a servi à la production du sérum est plus riche en substances convulsivantes pour le lapin;

6° Le mécanisme d'action du S. A. contre la strychnine et contre la toxine tétanique est très probablement identique dans les deux cas au point de vue physiologique.

Les conséquences pratiques qui découlent des expériences que nous venons d'exposer, c'est un moyen simple et sûr pour déterminer le pouvoir immunisant d'un S. A.

Voici le procédé que nous proposons et que nous suivrons dorénavant pour déterminer la valeur commerciale d'un sérum :

On prépare une solution de sulfate ou de nitrate de strychnine titrés à $\frac{6}{10}$ de milligramme ($0^g,0006$) par centimètre cube d'eau distillée. 1^{cm^3} de cette solution doit tuer 1^{kg} de lapin en une demi-heure, et $\frac{5}{6}$ de centimètre cube, soit $\frac{1}{10}$ de milligramme de moins de strychnine, doivent provoquer chez l'animal de simples phénomènes tétaniques, sans le tuer.

Cela établi, on prépare deux lapins de 1200^g à 1500^g par une injection intraveineuse, respectivement de $0^{cm^3},5$ et de 1^{cm^3} du sérum à éprouver.

Après 24 heures on injecte sous la peau du dos la dose exactement mortelle de strychnine. Si les deux lapins, qu'ils aient ou non présenté des phénomènes tétaniques, survivent, on peut considérer le sérum en question comme efficace, et l'utiliser à la dose préventive de 5^{cm^3} et à la dose curative de 25^{cm^3}.

Si le lapin qui a reçu $0^{cm^3},5$ de sérum meurt après l'injection de strychnine, alors que le deuxième lapin qui a reçu 1^{cm^3} de sérum résiste à cette injection on pourra utiliser ce sérum comme préventif à la dose de 10^{cm^3} au lieu de 5^{cm^3}. Mais il faudra le rejeter pour le traitement du tétanos confirmé.

Les sérums doués d'une puissance inférieure, qui ne protègent pas le lapin contre la strychnine, à la dose de 3^{cm^3} ou davantage, doivent être absolument rejetés.

HYGIÈNE. — *Contribution à l'étude des phénomènes de la putréfaction.* Note (¹) de MM. **F. Bordas** et **S. Bruère**, présentée par M. d'Arsonval.

L'assainissement des champs de bataille est une mesure que rend de plus en plus urgente le retour des chaleurs de l'été.

Un procédé pratique de destruction rapide des cadavres faciliterait singulièrement son exécution.

C'est dans le but de le rechercher que nous avons entrepris les expériences dont nous publions aujourd'hui la première partie et qui sont la suite de l'étude sur la putréfaction publiée par l'un de nous, en 1892 (²).

Son auteur, à propos des ensevelissements normaux du temps de paix, condamnait l'usage des mixtures désinfectantes dont on a coutume de garnir les cercueils. Il leur reprochait, non seulement d'entraver les phéno-

(¹) Séance du 14 juin 1915.

(²) F. Bordas, *Étude sur la putréfaction*, Paris, Rueff et Cie, 1892.

mènes de la putréfaction, mais de paralyser encore, en partie, le travail des insectes nécrophores et suggérait de ne pas laisser au hasard de la fermentation putride spontanée le soin de désorganiser la matière organique.

Nous avons repris cette idée et cherché si, par des ensemencements appropriés, il ne serait pas possible de hâter cette désorganisation.

Qu'il s'agisse de cadavres abandonnés à l'air libre ou de corps enfouis dans le sol, dans les deux cas la putréfaction débute par l'intérieur, sous l'action de microorganismes qui préexistent ou s'introduisent après la mort dans le tube digestif. Afin de les mettre à l'abri de cette cause interne de fermentation nous avons choisi, comme sujets de nos premières expériences *in vitro*, des fœtus de truie qui n'étaient extraits de la poche fœtale qu'au moment même de l'ensemencement.

Leur poids variait de 300^g à 350^g et, pour les ensemencer, nous avons eu recours à la liqueur complexe que fournissent les fermentations cellulosiques putrides.

Dans une première série d'essais, à côté d'un fœtus témoin (n° 1), conservé sous l'eau, dans un bocal, un second baignait dans cette liqueur étendue de son volume d'eau; un troisième baignait dans cette liqueur pure, sans addition d'eau; un quatrième; après en avoir reçu 2$^{cm^3}$ en injection intrapéritonéale, reposait à sec dans un bocal; un cinquième enfin baignait, comme le troisième, dans la liqueur pure.

Tous les bocaux étaient bouchés au liège.

Les quatre premiers ont été laissés, tout d'abord, à la température du laboratoire, 17° à 18° en moyenne; puis, à partir du quinzième jour, à celle d'un sous-sol qui oscillait entre 13° et 14°; le cinquième a été placé et maintenu, pendant toute la durée de l'expérience, dans une étuve chauffée à 30°-32°.

En 108 heures, le fœtus du bocal n° 5 était complètement liquéfié, les petits os du squelette gisant au fond du bocal dans une liqueur brun rougeâtre; tandis qu'il a fallu 360 heures pour obtenir le même résultat avec le fœtus du bocal n° 3 et celui du bocal n° 4, et 480 heures avec le fœtus du bocal n° 2. Quant au témoin, il est encore sensiblement intact, au bout de 66 jours (1580 heures).

Dans une seconde expérience, les sujets, suspendus au bouchon du bocal par les pattes de derrière, ne baignaient, au début, que jusqu'à la moitié de leur longueur dans un liquide constitué par :

Bocal n° 1.

1 partie liquide décantée du bocal n° 5 de la première expérience;
1 partie eau.

Bocal n° 2.

1 partie liqueur composée de :

Urée	43^g
Eau	2000
Liqueur cellulosique putride	10

1 partie eau.

Les deux bocaux bouchés au liège ont été placés dans une étuve maintenue à 24°-25°. Au bout de 144 heures le fœtus du bocal n° 2 était entièrement dissous, tandis qu'il a fallu exactement le double de ce temps pour obtenir le même résultat avec le fœtus du bocal n° 1. Pendant toute la durée de la putréfaction des sujets, la température intérieure des bocaux s'est maintenue, de plusieurs degrés, supérieure à celle de l'étuve, démontrant l'intensité de ces fermentations putrides en milieu liquide.

De la marche des expériences que nous venons de rapporter, il est constant qu'on active, dans une très large mesure, la désorganisation de la matière organique par l'apport de ferments extérieurs appropriés et que, si cette désorganisation est plus rapide sous l'action d'une chaleur même modérée (25°), la température moyenne de nos contrées (13°) suffit à ces ferments pour la parfaire en une quinzaine de jours.

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. **J. Violle** le lit Rapport suivant au nom de la Commission des Poids et Mesures :

Un des plus grands bienfaits que la France ait rendus au Commerce et à l'Industrie de « tous les temps » et de « tous les peuples », suivant le langage de l'époque [1], est certainement le *système métrique décimal*, dont il n'est pas inutile de remémorer les principes.

Le 19 mars 1791, l'Académie des Sciences, consultée par l'Assemblée constituante, décidait d'employer « pour base de tout le système métrique le quart du méridien terrestre compris entre l'équateur et le pôle boréal; elle adopta la dix-millionième partie de cet arc pour l'unité des mesures et nommait *mètre* cette unité » [2].

D'autre part, reliant l'unité de poids à l'unité de longueur par la consi-

---

(1) La loi du 19 frimaire an VIII (10 décembre 1799) ordonnait la frappe d'une médaille commémorative de l'établissement du système métrique, avec cette inscription « A tous les temps, à tous les peuples » et dans l'exergue « République française, an VIII ».

(2) *Mémoires de l'Institut*, t. II, p. 24.

dération d'un volume métrique d'eau à son maximum de densité, elle établit comme « unité de poids la quantité d'eau distillée que contient le cube de la dixième partie du mètre lorsqu'elle (cette eau) est réduite à un état constant que la nature elle-même présente ». Elle appelait *grave* cette nouvelle unité, choisie, comme le mètre, d'une grandeur convenable pour l'usage courant (¹).

Notant seulement les décrets du 8 mai 1790 et du 26 mars 1791, ainsi que la loi préliminaire du 1er août 1793, nous devons nous arrêter un instant sur les lois constitutives du 18 germinal an III (9 avril 1795) et du 19 frimaire an VIII (10 décembre 1799).

La loi du 18 germinal an III décide :

« Art. 2. — Il n'y aura qu'un seul étalon des poids et mesures pour toute la République : ce sera une règle de platine sur laquelle sera tracé le *mètre* qui a été adopté pour l'unité fondamentale de tout le système des mesures ».

Et elle établit Art. 5 la « nomenclature définitivement adoptée » comme il suit :

On appellera :

Mètre, la mesure de longueur égale à la dix-millionième partie de l'arc du méridien terrestre compris entre le pôle boréal et l'équateur;

. . . .

Gramme, le poids absolu d'un volume d'eau pure égal au cube de la centième partie du mètre, et à la température de la glace fondante ».

Cela diffère assez notablement de ce qu'avait dit l'Académie.

Aux Art. 6 et 7, la loi formule nettement le principe de la décimalité et la nomenclature des préfixes, d'origine grecque ou latine, servant à désigner les multiples ou sous-multiples décimaux; et, à l'Art. 8, elle décide que « pour les poids et (les) mesures de capacité, chacune des mesures décimales... aura son double et sa moitié, afin de donner à la vente des divers objets toute la commodité qu'on peut désirer ».

Cependant, les étalons en platine du mètre et du kilogramme étaient constitués; et le 4 messidor an VII (22 juin 1799) une délégation de l'Institut présentait au Corps législatif ces étalons, qui, le jour même, furent déposés aux Archives de la République.

(¹) Elle appelait *bar* les 1000 graves, ce que nous nommons aujourd'hui *tonne*, et elle marquait l'importance de cette grandeur en spécifiant le *décibar* pour 100 graves et le *centibar* pour 10 graves (voir *Histoire de l'Académie pour* 1789, p. 1-18).

Ainsi que l'a fait remarquer M. Benoît ([1]), Trallès, dans son Rapport du 11 prairial an VII (30 mai 1799), sur l'unité de poids, dit que l'eau « sous un volume déterminé constitue l'unité adoptée pour la quantité de matière ou l'unité de poids, parce que nous mesurons le plus ordinairement la quantité de matière par son poids ». Dans son Rapport à l'Académie des Sciences le 29 prairial (17 juin de la même année 1799), van Swinden écrit textuellement : « Qu'est-ce qu'une masse de métal qu'on nomme *kilogramme?* C'est le représentatif d'une masse d'eau prise à son maximum de condensation, contenue dans le cube du décimètre et pesée dans le vide. »

Il est inutile d'insister sur ces textes qui parlent d'eux-mêmes, la nécessité de conserver du système métrique décimal la propriété essentielle de convenir à « tous les peuples » ayant conduit, depuis longtemps déjà, à spécifier comme quantité fondamentale non le poids, variable d'un point à l'autre du globe, mais la masse, quantité invariable.

Mais nous devons encore enregistrer la loi du 19 frimaire an VIII (10 décembre 1799), « qui fixe définitivement la valeur du mètre et du kilogramme », établissant en l'Art. 2 que « le mètre et le kilogramme en platine, déposés le 4 messidor dernier au Corps législatif par l'Institut national des Sciences et des Arts, sont les étalons définitifs des mesures de longueur et de poids dans toute la République » ([2]).

Tout en affirmant la distinction essentielle entre l'unité et l'étalon, la loi de l'an VIII donne en fait une définition nouvelle du mètre et du kilogramme.

Parmi toutes les quantités de même ordre, le choix de l'unité est généralement déterminé par des raisons théoriques. En prenant dans la nature leur unité fondamentale « pour éterniser leur œuvre », les illustres auteurs du système métrique le voulaient immuable et universel. Un motif analogue les conduisait à établir la dépendance du kilogramme au mètre par l'emploi du corps le plus répandu à la surface du globe, pris à un état physiquement déterminé. Ainsi, comme le disait Condorcet en 1791,

---

([1]) J.-R. Benoît, *Rapport sur les unités fondamentales du système métrique* (Note 1); 1903.

([2]) La loi du 4 juillet 1837 n'a fait que rendre « obligatoire en France le système métrique décimal institué par les lois du 18 germinal an III et du 19 frimaire an VIII », en abrogeant le décret du 12 février 1812, qui avait introduit à l'exacte application de ces lois des tempéraments regrettables.

« l'Académie a cherché à exclure toute condition arbitraire, tout intérêt particulier, toute prévention nationale ».

Il fallait réaliser ces unités. On constitua d'abord l'étalon de longueur, peut-être un peu précipitamment. Le mètre en platine des archives est effectivement trop court d'environ $0^m,0002$. Delambre le savait déjà. Mais comme les mesures sur lesquelles repose la construction d'un étalon sont indéfiniment perfectibles, comme ici d'ailleurs l'unité (la distance du pôle boréal à l'équateur) n'est pas bien définie, il faut nécessairement s'arrêter à une représentation approximative de l'unité, pourvu que cette représentation soit elle-même immuable et puisse être constamment reproduite au degré d'approximation voulu.

Le mètre en platine des archives, sanctionné par la loi du 19 frimaire an VIII, a été considéré à juste raison comme représentant définitivement l'unité fondamentale de longueur.

Pour le kilogramme, la question était encore plus complexe. L'erreur inévitable de l'étalon de longueur rejaillit sur l'étalon de poids : provenant d'un mètre trop court, il est lui-même trop léger de $0^g,6$. D'autre part, on devait le rattacher au mètre par une série d'opérations délicates, qui (on le sait seulement aujourd'hui) n'ont cependant entraîné qu'une erreur extrêmement faible, rendant le kilogramme trop lourd de $0^g,027$. Il fut certainement sage de considérer dès l'an VIII le kilogramme des archives comme représentant définitivement l'unité de poids, plus correctement, l'unité de masse.

Du moment qu'un étalon est définitivement fixé, il devient la représentation imprescriptible de l'unité : il en constitue la définition légale en dehors de toute idée théorique.

Aussi, la Commission internationale, chargée en 1872 de préparer les nouveaux prototypes du mètre et du kilogramme, dans les conditions d'inaltérabilité et de précision que permettaient les progrès de la Science, prit-elle soin de régler les nouveaux prototypes le plus exactement possible sur les étalons légaux déposés l'an VII aux Archives, où ils sont précieusement conservés.

La Conférence générale de 1889 sanctionna les nouveaux prototypes internationaux en platine iridié, copiés sur ceux des Archives de France et devant représenter dans l'avenir, pour le monde entier, les unités fondamentales de longueur et de masse.

En conséquence, la loi du 11 juillet 1903 a modifié l'Art. 2 de la loi du 19 frimaire an VIII, en portant reconnaissance de ces prototypes inter-

nationaux, déposés au Pavillon de Breteuil, à Sèvres; et elle a légalisé pour la France les copies qui lui en avaient été remises : copie n° 8 du mètre international, copie n° 35 du kilogramme international. Un décret du 28 juillet 1903 a corrigé, conformément à la loi précédente, le Tableau des mesures légales annexé à la loi de 1837, en y joignant quelques explications succinctes sur les changements introduits.

Ainsi, notre législation, tout en restant fidèle aux principes essentiels du système métrique décimal dont la France avait doté le monde, a suivi l'évolution générale des choses, évolution particulièrement manifestée par les Congrès internationanx.

L'Académie des Sciences s'est déjà montrée favorable au projet de loi, qui lui fut soumis en novembre 1913 et qui, modifié d'après ses indications, fut adopté par la Chambre des Députés dans sa séance du 3 avril 1914, sur le rapport de M. James Hennessy.

Aujourd'hui, M. le Ministre du Commerce lui soumet le projet de décret portant règlement d'administration publique pour l'application de la loi sur les unités de mesure et le Tableau général des unités commerciales et industrielles dressé en exécution de cette loi.

Ce Tableau, qui résume tout le système, paraît réclamer une courte Introduction qui fasse ressortir les idées fondamentales d'un système dont la France a le droit d'être fière, idées parfois trop oubliées chez nous. L'Introduction se terminerait utilement par un Tableau des préfixes et des notations qui désignent les multiples et sous-multiples décimaux ([1]).

([1]) Tel le Tableau suivant :

Tableau des multiples et sous-multiples décimaux.

Puissance de 10 par laquelle est multipliée l'unité.		Préfixe à mettre avant le nom de l'unité.	Symbole à mettre avant le symbole de l'unité.
10^6	ou 1 000 000	méga	M
10^5	100 000	»	»
10^4	10 000	myria	ma
10^3	1 000	kilo	k
10^2	100	hecto	h
10^1	10	déca	da
10^0	1		
10^{-1}	0,1	déci	d
10^{-2}	0,01	centi	c
10^{-3}	0,001	milli	m
10^{-4}	0,000 1	décimilli	dm
10^{-5}	0,000 01	centimilli	cm
10^{-6}	0,000 001	micro	μ

On aura ainsi, en tenant compte de noms et de symboles consacrés par l'usage :

L'Académie tient à rappeler l'importance du système C. G. S. dans certains calculs d'électricité industrielle, auxquels convient mal le système des unités dites *pratiques*. Cette importance est justement soulignée par la colonne C. G. S. qui, tout le long du Tableau, court parallèlement à la colonne M. T. S.

Rigoureusement parlant, l'unité de puissance M. T. S. est distincte à la fois du kilowatt des électriciens en usage jusqu'à présent et du kilowatt défini par la Conférence de Londres; toutefois les différences numériques peuvent être négligées dans la pratique.

L'Académie approuve à l'unanimité l'ensemble du projet, qu'elle estime correctement adapté aux besoins actuels du Commerce et de l'Industrie.

La séance est levée à 16 heures et demie.

G. D.

---

						tonne = 1000^{kg}..	t
kilomètre......	km	kilomètre carré.	km^2			kilogramme....	kg
hectomètre.....	hm	*hectare*........	ha			hectogramme...	hg
décamètre......	dam	*are*...........	a			décagramme....	dag
mètre..........	m	mètre carré....	m^2	mètre cube.....	m^3	gramme.......	g
décimètre......	dm	décimètre carré.	dm^2	décimètre cube.	dm^3	décigramme....	dg
centimètre.....	cm	centimètre carré.	cm^2	centimètre cube.	cm^3	centigramme...	cg
millimètre......	mm	millimètre carré.	mm^2	millimètre cube.	mm^3	milligramme....	mg
micron ([a]).....	μ						

([a]) Millième de micron... mμ.

FIN DU TOME CENT-SOIXANTIÈME.